

文章编号:1674-2869(2018)06-0673-05

基于气体动理学格式的平板绕流数值模拟

谢 晴,谢军龙*,郭晓亮,庄晓东

华中科技大学能源与动力工程学院,湖北 武汉 430074

摘 要:介绍了基于 Bhatnagar-Gross-Krook (BGK)模型的气体动理学格式 Gas Kinetic Scheme (GKS)数值算法。给出了平板绕流的物理模型以及边界的处理方式,同时进行了算法准确性验证。对不同雷诺数条件下的单平板绕流进行数值模拟,随雷诺数的增大,涡不断被拉长,逐渐失去对称性,形成卡门涡街;对 $Re=300$ 的前后平板绕流,当板间距较小时流场处于对称尾流区,没有涡的脱落,当板间距较大时会形成卡门涡街;对 $Re=300$ 的上下平板绕流,当板间距较小时流场特征与单平板绕流相似,当板间距较大时会形成两列涡,在下游较远处开始逐渐合并。

关键词:气体动理学格式;平板绕流;数值模拟

中图分类号:O357.5 文献标识码:A doi:10.3969/j.issn.1674-2869.2018.06.018

Numerical Simulation of Flat-Plate Flow Based on Gas Kinetic Scheme

XIE Qing, XIE Junlong*, GUO Xiaoliang, ZHUANG Xiaodong

School of Energy and Power Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

Abstract: This paper describes the Unified Gas-Kinetic Scheme based on the BGK-Shakhov model. The physical model of the flat flow and the processing method of the boundary were introduced, and the accuracy of the algorithm was verified. The numerical simulation of the flow around a single plate under different Reynolds numbers was carried out. As the Reynolds number increased, the vortex continued to be elongated, gradually losing symmetry, forming a Karman Vortex Street. For the flow around the front and back plates of $Re=300$, when the plate spacing was small, the flow field was in the symmetrical wake region, and there was no vortex shedding. When the plate spacing was large, Carmen Vortex Street would be formed. For the flow of the upper and lower plates of $Re=300$, the flow field characteristics were similar with those of a single plate when the plate spacing was small. When the plate spacing was large, two rows of vortices were formed, and gradually merged further downstream.

Keywords: Gas Kinetic Scheme; flat-plate flow; numerical simulation

描述流体运动有两种方法,第一种是从宏观角度描述流体,例如 Euler 方程, Navier-Stokes 方程等;另一种是从微观角度,它采用粒子速度分布函数描述高维相空间的粒子数密度,如 Boltzmann 方程。基于介观气体动理论的气体动理学格式 (Gas Kinetic Scheme, GKS) 从微观角度为气体流动数值计算提供了很好的方法。Xu Kun 等通过构造不同

的初始气体分布函数以及平衡态分布函数,建立了等价于求解 NS 方程的 GKS-NS 格式以及理论上能够求解全流域流动的统一算法 (UGKS 格式)^[1-3]。Jin 等^[4]在格式中引入速度空间自适应技术,加快了计算速度,减少了多尺度流问题中的内存需求。为高效模拟可压缩流动,学者研究了高精度气体动理学格式^[5-7]。另外,在非结构化网格^[8]、动

收稿日期:2018-09-03

基金项目:国家自然科学基金(51376077)

作者简介:谢 晴,女,硕士研究生。E-mail:2856915938@qq.com

*通讯作者:谢军龙,男,博士,教授。E-mail:hustxjl@163.com

引文格式:谢晴,谢军龙,郭晓亮,等.基于气体动理学的平板绕流数值模拟[J].武汉工程大学学报,2018,40(6):673-677.

网格^[9]、浸入边界^[10]中应用气体动理学格式进行数值模拟,得到了精确的模拟结果。气体动理学格式在计算过程中表现出稳定性,使得气体动理学格式得到越来越多的应用。

绕流是流体力学研究的重要内容之一^[11-13],在工业领域涉及面广、影响面大,有重要的研究价值。目前国内外应用气体动理学格式在绕流方面的研究较少^[14]。本文将介绍气体动理学格式在平板绕流中的应用,选取合适的边界条件构造模拟二维平板绕流的物理模型。主要探究平板在不同间距条件下不同的绕流场特性,揭示气体动理学格式在平板绕流数值模拟中良好的应用前景。

1 气体动理学格式的基本原理

1.1 控制方程

在无外力场作用下,二维气体动理学BGK-Shakhov方程为:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{f^+ - f}{\tau} \tag{1}$$

式(1)中: f 是气体分布函数; u 是粒子切向速度; v 是粒子法向速度。

$$\tau = \frac{\mu}{p} \tag{2}$$

式(2)中: τ 是碰撞时间; μ 是动力粘性系数; p 是压力。

修正后的分布函数为:

$$f^+ = g \left[1 + \frac{(1 - P_r) \mathbf{c} \cdot \mathbf{q} \left(\frac{c^2}{RT} - 5 \right)}{5pRT} \right] \tag{3}$$

式(3)中: P_r 是普朗特数; \mathbf{c} 是随机速度矢量; \mathbf{q} 是热流矢量; R 是通用气体常数; T 是温度。

平衡态分布函数为:

$$g = \rho \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^{\frac{K+2}{2}} e^{-\lambda((u-U)^2 + (v-V)^2 + \xi^2)} \tag{4}$$

式(4)中: ρ 是密度; U, V 是宏观速度。

$$\xi^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \dots + \xi_K^2 \tag{5}$$

式(5)中: K 是内部自由度。

$$\lambda = \frac{m}{2kT} = \frac{1}{2RT} \tag{6}$$

式(6)中: m 是分子质量; k 是玻尔兹曼常数。

内部自由度 K 和比热比 γ 之间的关系如下所示:

$$\gamma = \frac{K+4}{K+2} \tag{7}$$

宏观守恒量与气体分布函数的关系为:

$$W = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho U \\ \rho V \\ \rho E \end{pmatrix} = \int \psi f d\Xi \tag{8}$$

式(8)中: $\psi = \begin{pmatrix} 1 \\ u \\ v \\ \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + \xi^2) \end{pmatrix}, d\Xi = du dv d\xi$

由于气体分子在碰撞过程中满足质量、动量和能量守恒,因此有守恒性约束条件要求:

$$\int (f^+ - f) \psi d\Xi = 0 \tag{9}$$

采用有限体积法对公式(1)进行离散。物理空间,时间空间和粒子速度空间被划分为许多小的控制体。在二维空间中, $\Omega_{i,j} = \Delta x \Delta y$, $\Delta x = x_{i+1/2,j} - x_{i-1/2,j}$, $\Delta y = y_{i+1/2,j} - y_{i-1/2,j}$ 。粒子速度空间被划分为矩形网格进行离散,间距为 Δu 和 Δv 。(k, l) 速度间隔的中心位于(u_k, v_l) = ($k\Delta u, l\Delta v$)。则 t^n 时刻的平均气体分布函数为:

$$f(x_i, y_j, t^n, u_k, v_l) = f_{i,j,k,l}^n = \frac{1}{\Omega_{i,j} \Delta u \Delta v} \int_{\Omega_{i,j}} \int_{\Delta u \Delta v} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y, t^n, u, v) dx dy du dv \tag{10}$$

宏观守恒量的演化更新为:

$$W_{i,j}^{n+1} = W_{i,j}^n + \frac{1}{\Delta x} (F_{i-1/2,j} - F_{i+1/2,j}) + \frac{1}{\Delta y} (G_{i,j-1/2} - G_{i,j+1/2}) \tag{11}$$

式(11)中:

$$F_{i+\frac{1}{2},j} = \int_0^{\Delta t} \int u \Psi f_{i+\frac{1}{2},j,k,l} d\Xi dt \tag{12}$$

$$G_{i,j+1/2} = \int_0^{\Delta t} \int v \Psi f_{i,j+1/2,k,l} d\Xi dt \tag{13}$$

气体分布函数的演化更新为:

$$f_{i,j,k,l}^{n+1} = (1 + \frac{\Delta t}{2\tau_{i,j}^{n+1}})^{-1} [f_{i,j,k,l}^n + \frac{1}{\Omega_{i,j}} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \sum_m \Delta S_m u_m f_{m,k,l} dt + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{i,j,k,l}^{+(n+1)}}{\tau_{i,j}^{n+1}} + \frac{f_{i,j,k,l}^{-(n)} - f_{i,j,k,l}^n}{\tau_{i,j}^n} \right)] \tag{14}$$

气体动理学的关键正是利用上述通解得到单元界面上随时间演化的气体分布函数,从而计算出数值通量,得到下一时刻的物理量^[15]。

1.2 计算域和边界处理

计算域为长方形,长 $L=400$ mm,宽 $W=100$ mm。平板布置方式为单平板(布置1)、前后平板(布置2)和上下平板(布置3)3种情况,具体布置方式及计算域如图1所示。布置1、2中平板 $l=30$ mm,布置3中平板长度 $l=20$ mm。

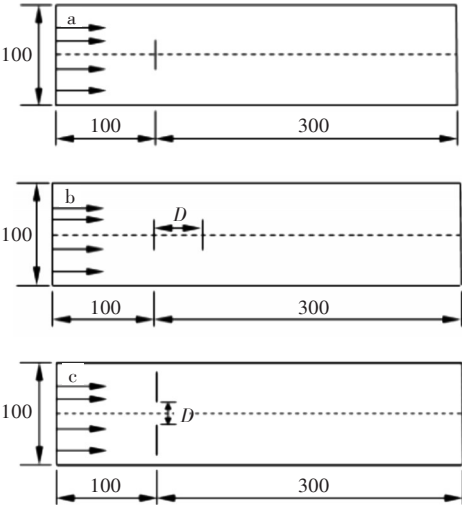


图1 平板布置形式及计算域示意图:
(a)布置1,(b)布置2,(c)布置3

Fig.1 Schematic diagrams of flat-plate layout and calculation domain:(a) arrangement 1,(b) arrangement 2,(c) arrangement 3

求解流动问题需要给出适当的边界条件,边界条件的处理方式对计算结果的精度和计算的稳定性有很大的影响,各种边界条件处理如下:

1)滑移壁面边界:在边界法线上根据镜面反射原则取值,即把和边界节点相邻节点的各流动量矢量值,取相反值赋到计算区域外的虚拟网格节点上。而在边界切线方向上直接取为计算域内与虚拟网格节点相邻节点流动量的值。

2)无反射边界:根据零梯度条件,可通过外插的方法由流场的内点得到宏观边界条件。零梯度条件为:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n}=0$$

(15)

3)速度入口边界:在射流入口处施加速度边界 $u=U_0$, $v=0$ 。

平板绕流中,入口边界为速度入口,出口边界为无反射边界,上下边界为滑移壁面边界条件。网格数为 401×101 的结构化网格。

1.3 算法准确性对比验证

选用典型的 Poiseuille 流即流场无平板时验证程序的准确性。Poiseuille 流的解析解为:

$$u(y)=-\frac{G}{\mu}\frac{L^2}{2}(\frac{y}{L}-\frac{y^2}{L^2})$$

(16)

式(16)中: μ 为流体的动力粘性系数; L 为管道宽度; $G=-dp/dx$ 为管道内的压力梯度。

当 $y=L/2$ 时速度取得最大值:

$$u_{max}=-\frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\frac{L^2}{8}$$

(17)

以最大速度做无量纲处理,则:

$$\frac{u}{u_{max}}=4(\frac{y}{L}-\frac{y^2}{L^2})$$

(18)

计算域尺寸为 $0\leq x\leq 2$, $0\leq y\leq 1$ 。采用结构化网格,网格数为 128×64 。上下边界采用滑移壁面边界条件;左边界采用压力进口边界条件,入口压力为 1.01 MPa;右边界采用压力出口边界条件,出口压力为 1.00 MPa。

在流域内取 3 个截面,section 1, section 2 和 section 3 分别表示与流向垂直的 1/4 位置截面、中间位置截面和 3/4 位置截面,截面示意图如图 2 所示。3 个截面流向速度 U 与解析解的相对误差 δ 如图 3 所示,从图 3 中可以看出:管道内流体的速度与解析解最大误差小于 1.8%,且误差较大的地方出现在上下边界处,管道中心误差很小,故气体动理学数值计算结果与解析解基本重合,初步验证了程序的正确性。

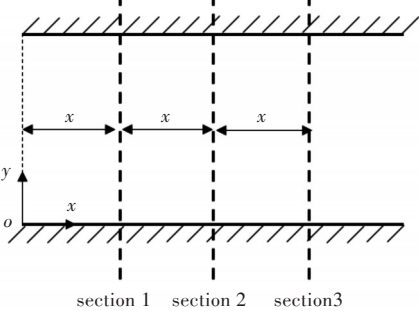


图2 Poiseuille 流截面示意图

Fig.2 Schematic diagram of Poiseuille flow section

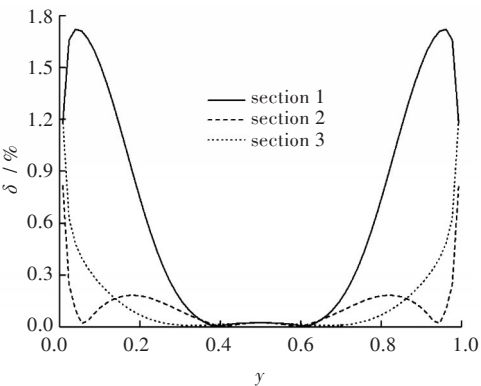


图3 Poiseuille 流不同截面流向速度与解析解相对误差图
Fig.3 Relative error diagram of flow velocity and analytical solution for different cross sections of Poiseuille flow

2 平板绕流数值模拟

利用气体动理学格式的基本理论,计算二维平板绕流的流体流动情况。假设流体从左端均匀流入。

2.1 单个平板绕流

对不同雷诺数的单板绕流流场进行模拟。

图 4 给出了布置 1 在不同雷诺数下的涡线图。由图 4 可以看出： $Re \leq 100$ 时，流场处于对称尾流区，没有涡的脱落，绕平板分离后的流体在平板后形成对称的漩涡，并且只对平板附近流场有影响。但随着雷诺数的增加，涡不断被拉长，逐渐失去对称性，涡开始在平板两侧周期性的脱落，形成一系列的涡即著名的卡门涡街。

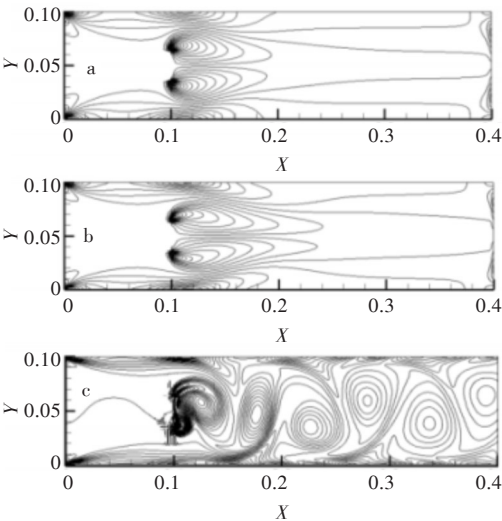


图 4 布置 1 在不同雷诺数下的涡线图：

(a) $Re = 50$, (b) $Re = 100$, (c) $Re = 300$

Fig. 4 Vortex diagrams of arrangement 1 at different

Reynolds numbers: (a) $Re = 50$, (b) $Re = 100$, (c) $Re = 300$

2.2 前后平板绕流

对雷诺数 $Re = 300$ ，两板间距为 10 mm，30 mm 和 50 mm 三种情况下前后平板绕流流场进行了模拟。图 5 和图 6 分别给出了布置 2 在不同板间距下的涡线图 and 涡量图。由图 5 和图 6 可知，对于低雷诺数下前后排列的平板绕流，随着板间距的逐渐增大，其流场结构呈现以下特征：1) 当平板间距较小时，两个平板离的很近，此时流场形态类似于一个平板，流场处于对称尾流区，没有涡的脱落，如图 5(a) 和图 6(a) 所示；2) 当间距稍微增大时，上游平板脱落的剪切层附着于下游平板，在两平板间出现涡量场，但仍没有涡的脱落，如图 5(b) 和图 6(b) 所示；3) 当间距很大时，上游平板的涡脱落后击打在下游平板上，并在下游出现卡门涡街，如图 5(c) 和图 6(c) 所示。当平板距离比较小时没有卡门涡街的形成，当间距较大时则有卡门涡街的形成。

2.3 上下平板绕流

对雷诺数 $Re = 300$ ，两板间距为 10 mm，20 mm 和 40 mm 三种情况，上下板绕流流场进行了模拟。图 7 和图 8 分别给出了布置 3 在不同板间距下的涡线图 and 涡量图。

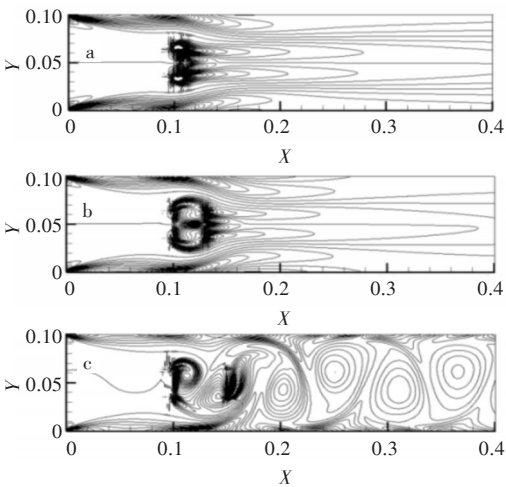


图 5 布置 2 在不同板间距时的涡线图：

(a) $D = 10$ mm, (b) $D = 30$ mm, (c) $D = 50$ mm

Fig. 5 Vortex diagrams of arrangement 2 at different plate spacings: (a) $D = 10$ mm, (b) $D = 30$ mm, (c) $D = 50$ mm

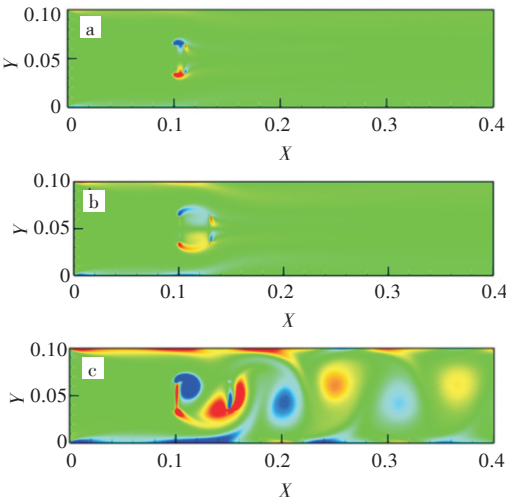


图 6 布置 2 在不同板间距时的涡量图：

(a) $D = 10$ mm, (b) $D = 30$ mm, (c) $D = 50$ mm

Fig. 6 Vorticity diagrams of arrangement 2 at different plate spacings: (a) $D = 10$ mm, (b) $D = 30$ mm, (c) $D = 50$ mm

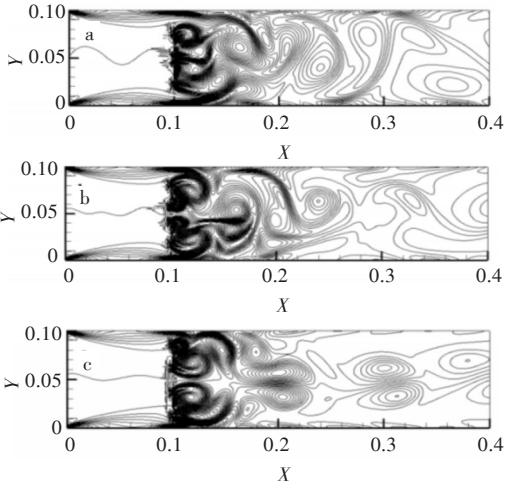


图 7 布置 3 在不同板间距时的涡线图：

(a) $D = 10$ mm, (b) $D = 20$ mm, (c) $D = 40$ mm

Fig. 7 Vortex diagrams of arrangement 3 at different plate spacings: (a) $D = 10$ mm, (b) $D = 20$ mm, (c) $D = 40$ mm

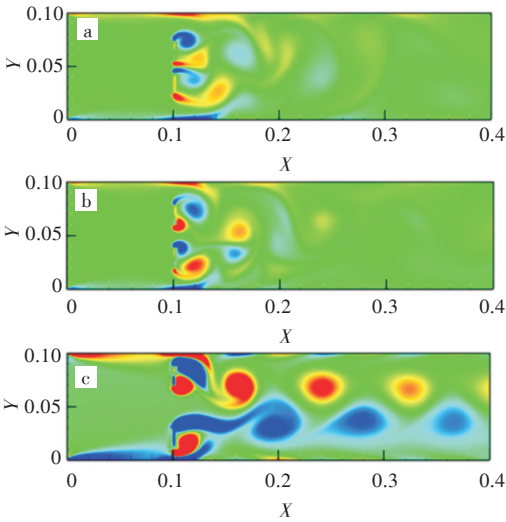


图8 布置3在不同板间距时的涡量图：
(a) $D=10\text{ mm}$, (b) $D=20\text{ mm}$, (c) $D=40\text{ mm}$
Fig. 8 Vorticity diagrams of arrangement 3 at different plate spacings: (a) $D=10\text{ mm}$, (b) $D=20\text{ mm}$, (c) $D=40\text{ mm}$

由图7和图8可知,对于低雷诺数下,上下排列的平板绕流,随着板间距的逐渐增大,其流场结构呈现以下特征:1)当两平板间距较小时,每个平板边缘处有涡的脱落,并在距平板较近的地方涡合并形成共同的涡,出现卡门涡街,如图7(a)和图8(a)所示;2)随着板间距的增大,在上下平板后面附近区域各自形成自己的涡,在离平板比较远的地方两列涡开始逐渐合并形成一列涡,如图7(b)和图8(b)所示;3)当板间距很大时,在两平板下游各自出现卡门涡街,两板之间的影响较小,如图7(c)和图8(c)所示。

3 结 语

本文基于气体动理学格式对平板绕流进行了数值模拟,主要结论如下:

- 1)对于单平板绕流,当雷诺数较小时,流场处于对称尾流区,没有涡的脱落;当雷诺数较大时,在平板下游会形成卡门涡街。
- 2)对于前后平板绕流,左右平板距离较小时没有形成卡门涡街,但当平板距离较大时就会形成卡门涡街。
- 3)对于上下平板绕流,当平板间距比较小时,相当于一个平板形成的绕流;而当两个平板距离比较大时,在平板下游较近距离处形成各自的涡旋,并且在离平板比较远的地方两列涡开始逐渐合并形成一列涡。

参考文献:

- [1] XU K, HUANG J C. A unified gas-kinetic scheme for continuum and rarefied flows[M]. San Diego: Academic Press Professional, 2010.
- [2] HUANG J C, XU K, YU P. A unified gas-kinetic scheme for continuum and rarefied flows II: multi-dimensional cases [J]. Communications in Computational Physics, 2012, 12(3): 662-690.
- [3] XUAN L J, XU K. An efficient high-order finite difference gas-kinetic scheme for the Euler and Navier-Stokes equations [J]. Computers and Fluids, 2018, 166: 243-252.
- [4] JIN C Q, XU K. An adaptive grid method for two-dimensional viscous flows[J]. Journal of Computational Physics, 2006, 218(1): 68-81.
- [5] JI X, ZHAO F X, WEI S, et al. A family of high-order gas-kinetic schemes and its comparison with Riemann solver based high-order methods [J]. Journal of Computational Physics, 2018, 356: 150-173.
- [6] LI Q B, XU K, FU S. A high-order gas-kinetic Navier-Stokes flow solver[J]. Journal of Computational Physics, 2010, 229(19): 6715-6731.
- [7] 李启兵, 符松. 高精度气体动理学格式与湍流模拟[J]. 中国科学: 物理学力学天文学, 2014, 44(3): 278-284.
- [8] ZHU L H, GUO Z L, XU K. Discrete unified gas kinetic scheme on unstructured meshes [J]. Computers and Fluids, 2016, 127: 211-225.
- [9] CHEN S, XU K, LEE C, et al. A unified gas kinetic scheme with moving mesh and velocity space adaptation [J]. Journal of Computational Physics, 2012, 231(20): 6643-6664.
- [10] 张浩龙, 陶实, 郭照立. 离散统一气体动理学格式的浸入边界方法[J]. 工程热物理论, 2016, 37(3): 539-544.
- [11] 王圣洁, 张伟, 刘欢. 等边布置四方柱绕流涡脱落规律的数值研究[J]. 天津城建大学学报, 2018(2): 116-121.
- [12] 牛朝. 基于浸入边界法和编程的圆柱绕流的数值模拟[J]. 价值工程, 2018(7): 155-157.
- [13] 郑宇华, 顾杰. 两并列矩形柱绕流的 PIV 试验研究[J]. 应用力学学报, 2018(3): 465-471.
- [14] 孙福振. 用格子 Boltzmann 方法研究平板绕流[D]. 长春: 吉林大学, 2007.
- [15] 谭爽, 李诗一, 李启兵, 等. 气体动理学格式与多尺度流动模拟[J]. 计算力学学报, 2017, 34(1): 88-94.