第34卷第8期 武 汉 工 程 大 学 学 报 Vol. 34 No. 8
2012年08月 J. Wuhan Inst. Tech. Aug. 2012

文章编号:1674-2869(2012)08-0050-04

钢筋混凝土梁的优化设计

曾彬峻,李文兴
(桂林理工大学土木与建筑工程学院,广西 桂林 541004)

摘 要:针对钢筋混凝土结构承载力和工程造价要求,采用罚函数法,对钢筋混凝土梁的截面尺寸和钢筋的用量进行优化设计.提出了采用矩阵实验室(MATLAB)优化工具箱的方法,对C20到C40混凝土和HRB335,HRB400钢筋进行多种组合.结果显示在满足承载力要求及规范所规定的构造要求条件下,选用C35和HRB400为最经济的设计方案.

关键词:矩阵实验室;算法;罚函数;优化设计
中图分类号:TU201.4 **文献标识码**:A **doi**:10.3969/j.issn.1674-2869.2012.08.013

0 引 言

在工程建筑物中,矩形钢筋混凝土梁是一种很常见的受力构件,所以探讨此类构件的优化设计问题具有一定的现实意义.建筑物中梁板结构部分的造价占总结构造价的50%左右,梁设计的合理与否对结构工程造价的影响起到至关重要的作用.优化设计的方法有很多,包括拉格朗日乘子法、复形法、模糊优化法、罚函数法等等.而近来很多研究者又采用各种优化方法的改进方法进行优化设计,譬如模糊动态罚函数法、模糊罚函数遗传算法等,但是最有效的方法还是罚函数法[1].应用罚函数对钢筋混凝土进行优化已有很多学者进行过研究,基本都是基于单调的一种材料组合下进行截面、经济效益的优化,因此本文采用罚函数法,并结合MATLAB的优化工具箱对多种材料组合进行研究,先得出每一组的优化结果,然后从所有实验组里选出最优、最经济的设计.

1 优化设计原理

罚函数法针对约束函数构造适当的中间函数,并引入罚因子将约束条件引入到目标函数中构成无约束目标函数,对于约束优化问题,罚函数的一般形式为[2]:

$$\min l(x,r_1,r_2)=f(x)+r_1\sum_{v=1}^{M}\varphi[h_v(x)]+r_2\sum_{v=1}^{L}\psi[g_u(x)] \quad (1)$$

式(1)中:$\varphi[h_v(x)]$和$\psi[g_u(x)]$分别为根据等式约束$h_v(x)$和不等式约束$g_u(x)$构造的中间函数,恒为非负.r_1和r_2为罚因子或罚参数,是大于零的实数,根据中间函数的特性,罚因子的值在迭代过程中会不断变化.中间函数与罚因子的乘积称为惩罚项,在设计变量取值接近边界的过程中,罚因子与中间函数朝相反的方向变化,但在无限逼近的过程中惩罚项趋于零.当约束条件未被满足时,罚因子越大,罚函数的值也越大,不符合罚函数极小化的目的,所以罚函数内包含了当约束条件未被满足时在目标函数上所受的“惩罚”[3].

随着罚因子的不断调整,无约束最优解会不断的逼近有约束的最优解,所以罚函数法其实是一种序列无约束极小化方法,简称“SUMT”法.SUMT的方法有很多,从原理上可以分为:外点法,内点法和混合法.在本文中是采用混合罚函数法对钢筋混凝土梁进行最优值求解.

混合罚函数法[2]是把外点法和内点法结合起来,不等式是约束采用内点法,等式约束采用外点法.对于一半形式优化问题:

$$\min(\max)f(x)=f(x_1,x_2,...,x_n),x\in R^n \quad (2)$$

$$\text{满足}\quad g_u(x)\leqslant(\geqslant)0,u=1,2,...,L$$
$$h_v(x)=0,v=1,2,...,M$$

混合罚函数的具体形式为:

$$l(x,r)=f(x)-r\sum_{u=1}^{L}\frac{1}{g_u(x)}+\frac{1}{\sqrt{r}}\sum_{v=1}^{M}[h_v(x)]^2 \quad (3)$$

式(3)中:$r\sum_{u=1}^{L}\frac{1}{g_u(x)}$为障碍项,其罚因子$r$

收稿日期:2012-05-29
作者简介:曾彬峻(1986-),男,四川南充人,硕士研究生.研究方向:结构工程及加固研究.
指导老师:李文兴,男,教授,硕士生导师.研究方向:应用力学,结构分析及管道水力学模拟研究.

按内点法选取,即 $r^{(k)}=cr^{(k-1)}$,$0<c<1$,$\lim_{k\to\infty} r^{(k)}=0$;$\frac{1}{\sqrt{r}}\sum_{v=1}^{M}[h_v(x)]^2$ 为惩罚项,其罚因子为 $\frac{1}{\sqrt{r}}$,当 $\sqrt{r}\to 0$ 时,$\frac{1}{\sqrt{r}}\to\infty$.

混合罚函数法的迭代过程如下:

a. 选择初始迭代点 $x^{(0)}$,合适的初始罚因子及罚因子 $r^{(0)}$ 递减速率 c,且计数 $k=0$;

b. 对不等式约束按内点法构造中间函数,对等式约束按外点法构造中间函数;

c. 令 $k=k+1$;$r^{(k)}=cr^{(k+1)}$ 进行迭代;

d. 判断迭代是否满足精度要求:$|f(x^{(k)})-l(x^{(k)}),r^{(k)}|<\varepsilon$,$k=1,2,...n$,如果不等式成立且满足迭代过程结束,以 $x^{(k)}$ 作为最优解 x^* 的最终近似值,否则转到第(3)步继续迭代.

2　钢筋混凝土梁的优化设计

2.1　模型建立

本文以单筋混凝土简支梁为例,其计算简图如图 1 所示:

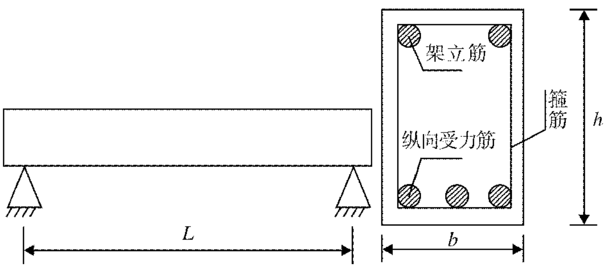

图 1　优化设计计算简图

Fig. 1　Optimal design diagram

2.2　变量设计

由于钢筋混凝土的优化设计是一个多变量的,多约束,非线性的优化设计,所以等截面矩形梁本身的材料费用取决于混凝土的造价和钢筋的造价之和. 混凝土的造价取决于截面的尺寸(即 b 和 h),而钢筋的造价包括(架立筋,受力筋,箍筋)的造价,对于单筋梁时,架立筋是按照构造配筋的,所以不会发生变化,箍筋也是按照构造配筋的但是随梁高变化,但是不太灵敏,所以钢筋造价跟受力筋的面积 A_s 的变化相关.

2.3　目标函数

本文仅计入混凝土的造价,钢筋的造价,混凝土的强度和钢筋的强度,考虑到是等截面梁,所以目标函数[4]假定为:

$$Z=bhZ_e+A_sZ_s \tag{4}$$

式(4)中:Z_e、Z_s 为混凝土受拉纵筋 A_s 的单位造价,元/m³.

2.4　约束条件

2.4.1　正截面承载力要求[5]

$$Y_1=M-f_cbx(h-a_s-\frac{x}{2})\leqslant 0; \tag{5}$$

$$f_yA_s=f_cbx \tag{6}$$

式(5)中:M 为弯矩设计值;f_c 为混凝土弯曲抗压强度设计值;B 为梁的截面宽度;h 为梁的截面高度;x 为混凝土受压区高度.

2.4.2　最小配筋率要求

$$Y_2=A_s-\rho_{\min}b(h-a_s)\geqslant 0 \tag{7}$$

式(7)中:按规范规定取的纵向受拉钢筋最小配筋率.

2.4.3 最大配筋率要求

$$Y_3=\xi-\xi_b\leqslant 0 \tag{8}$$

$$\xi=\frac{x}{h-a_s} \tag{9}$$

式(8)中:ξ_b 表示钢筋界限受压区高度

2.4.4　斜截面承载力要求(构造配筋)

$$Y_4=V-0.7f_tb(h-a_s)\leqslant 0 \tag{10}$$

式(10)中:f_t 表示混凝土轴心受拉强度设计值.

2.4.5　梁的尺寸控制

$$Y_5=b\geqslant b_0 \tag{11}$$

$$Y_6=h\geqslant h_0 \tag{12}$$

式(11)中:b_0 和 h_0 分别表示梁宽度和高度的下限值.

2.5　优化数学模型

由(5)到(13),$\boldsymbol{X}=[b,h,A_s]^{\mathrm{T}}$ 及 $\min f(x)=\boldsymbol{Z}=bhZ_e+A_sZ_s$ 组成.

3　MATLAB 的优化求解

MATLAB 优化工具箱是面向最优化问题求解的专用工具箱,具有强大的科学计算能力,含有一系列的优化算法函数,对各种优化问题提供了一个完整的解决方案,主要包括线性规划、二次规划、非线性规划、最小二乘法问题、非线性方程求解、多目标优化、最小最大问题、以及半无限问题等等的优化问题. 在土木工程领域中,结构优化问题大多数都是多变量、非线性约束的最优化问题,因此使用 MATLAB 优化工具箱中的 fmincon 函数进行求解,其具体的数学模型可以用式(13)形式表示:

$$\begin{cases} \min f(x) \\ \boldsymbol{C}(x) \leqslant 0 \\ \boldsymbol{C}_{eq}(x) = 0 \\ \boldsymbol{A}(x) \leqslant b \\ \boldsymbol{A}_{eq}(x) = b_{eq} \\ \boldsymbol{l}_b \leqslant \boldsymbol{x} \leqslant \boldsymbol{u}_b \end{cases} \tag{13}$$

式(13)中:$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{b}_{eq}, \boldsymbol{l}_b$ 和 $\boldsymbol{u}_b$ 为向量;$\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{A}_{eq}$ 为矩阵;$\boldsymbol{C}(x)$ 和 $\boldsymbol{C}_{eq}(x)$ 为函数向量,分别表示非线性不等式和非线性等式约束;$f(x)$ 为标量函数.

fmincon 的具体调用的一般形式为:x = fmincon(fun, x_0, A, b),其中 fun 为目标函数,x_0 为迭代初值. 对于钢筋混凝土梁的最优化设计问题的具体流程如图 2 所示.

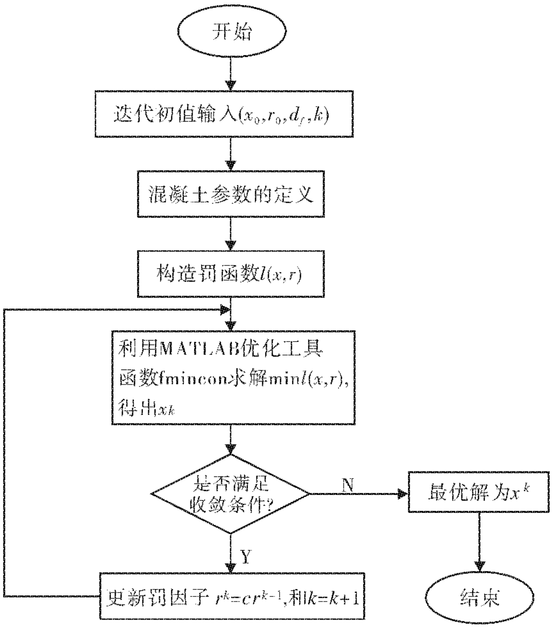

图 2 MATLAB 优化实现流程图

Fig. 2 MATLAB realize optimization flow chart

4 实例分析

有一矩形截面简支梁,跨度 $L=6$ m,上面有均布荷载 $q=50$ kN/m 作用,其混凝土可选用 C20—C40,钢筋可以选用 HRB335,HRB400. 材料信息:混凝土单价(C20:400 元/m^3, C25:415 元/m^3, C30:430 元/m^3, C35:445 元/m^3, C40:460 元/m^3),钢筋 4 000 元/t. 试求在满足承载力要求及规范所规定的构造要求的条件下,而造价最经济的设计.

a. 最大弯矩和最大剪力计算

$$M = \frac{1}{8}qL^2 = \frac{1}{8} \times 50 \times 6^2 = 225 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V = \frac{1}{2}qL = \frac{1}{2} \times 50 \times 6 = 150 \text{ kN}$$

b. 罚函数的构造

$$\varphi = (X, r) = 450\ bh + 4\ 000 \times 7.85A_s - r\Big(\frac{1}{M - f_c bx(h - a_s - \frac{x}{2})} + \frac{1}{\rho_{\min} b(h - a_s) - A_s} + \frac{1}{\xi - \xi_b} + \frac{1}{V - 0.7f_t b(h - a_s)} + \frac{1}{b_0 - b} + \frac{1}{h_0 - h}\Big) + \frac{1}{\sqrt{r}}(f_y A_s - f_c bx)^2$$

结果输出:运用 MATLAB 优化实现流程,通过 10 次材料参数的改变,得到各种组合下钢筋混凝土梁的优化结果如表 1 所示.

表 1 各种组合下的优化结果

Table 1 Under various combinations of the optimization results

混凝土	钢筋	迭代次数	罚因子 r	b/mm	h/mm	A_S/mm^2	配筋率/%	目标函数/(元/m)
C20	HRB335	4	3.84e-6	325.6	651.2	1367.7	0.69	127.77
C20	HRB400	5	5.12e-5	331.0	661.9	1231.1	0.61	126.29
C25	HRB335	5	5.12e-4	324.7	649.4	1377.2	0.70	130.75
C25	HRB400	5	2.867e-5	326.8	653.6	1248.3	0.63	127.84
C30	HRB335	4	1.792e-4	310.9	621.8	1559.1	0.87	132.08
C30	HRB400	4	1.2e-4	351.4	702.9	1128.6	0.49	141.65
C35	HRB335	4	2.28e-4	331.9	663.8	1362.3	0.66	140.82
C35	HRB400	4	2.7e-4	309.0	617.9	1212.3	0.68	123.02
C40	HRB335	4	2.84e-4	335.6	671.2	1397.2	0.66	147.48
C40	HRB400	5	6.14e-5	341.0	682.0	1193.0	0.55	144.44

5 结　语

a. 本文采用了 5 种混凝土和 2 种钢筋进行了组合和比较，最后得出最优的设计方案. 从表中可以看出选用 C35 和 HRB400 可以作为本设计的最经济方案.

b. 优化设计的结果是否理想和迭代次数的多少，跟选择的罚因子初值 r_0 有关. 如果刚开始选择了合适的罚因子，迭代次数会大大的减小.

c. 从表中可以看出，对于同种混凝土如果适当的增加截面尺寸，而减少钢筋的用量可以减少结构的造价如：C20，C25，C40；如果增加截面尺寸过大，反而会增加成本如：C30；如果想用减小截面尺寸来减少成本可以通过选用高强度钢筋的方法如：C35.

d. 本设计每个结果都是该组合的最优结果，在约束条件下组合的纵筋最大配筋率为 0.87%，在矩形截面梁常用配筋范围 0.6% ~1.5% 之间.

e. 采用 MATLAB 优化工具箱求解工程优化问题，可以大大的减少工作量，提高优化设计的精度，从而得到最经济，最有效的设计方案.

参考文献：

[1] 孙静. 罚函数法及在钢筋混凝土梁优化设计中的应用[J]. 山西建筑，2010，36(26)：78-79.

[2] 李万祥. 工程优化设计与 MATLAB 实现[M]. 北京：清华大学出版社，2009.

[3] 蔡新，郭兴文，张旭明. 工程结构优化设计[M]. 北京：中国水利水电出版社，2003.

[4] 张靖静. 钢筋混凝土受弯构件正截面设计优化设计分析[J]. 工业建筑，2005，35(2)：100-102.

[5] 范良宜. 钢筋混凝土矩形截面梁实用优化设计方法[J]. 基建优化，1998，19(3)：27-30.

Optimization design of reinforced concrete beam based on Matrix Laboratory

ZENG Bin-jun，*LI Wen-xing*

(College of Civil Engineering and Architecture，Guilin University of Technology，Guilin 541004，China)

Abstract：We used the penalty function to optimize the design of reinforced concrete based on the bearing capacity of reinforced concrete structures and construction cost requirements，and optimized the design of reinforced concrete beam section and the amount of reinforcement. The method of optimization design was proposed by using the method of Matrix Laboratory optimization toolbox. We analyzed a variety of combinations of C20 to C40 concrete and HRB335，HRB400 reinforcing steel bar. The results show that the choice of C35 concrete and HRB400 reinforcing steel bar can meet the bearing capacity requirement and standard requirement，which is the most economic plan.

Key words：Matrix Laboratory；algorithm；penalty function；optimization design

本文编辑：龚晓宁