

基于振型贡献率和遗传算法的传感器布设研究

金中凡¹, 陈彦江², 宋振丰³

(1. 湖北城市建设职业技术学院, 湖北 武汉 430205; 2. 北京工业大学建筑工程学院, 北京 100022;
3. 深圳市政设计研究院有限公司, 广东 深圳 518029)

摘 要:从定量和定位两方面将振型贡献率及遗传算法应用于传感器的布设研究. 在传感器定量之前利用振型贡献率进行了模态阶数的选取, 对简单的遗传算法进行了改进, 通过传感器数量与适应度函数关系曲线可以确定出最经济的传感器数量, 利用 MATLAB 软件编制了遗传算法及确定传感器数量和位置的程序, 提出确定传感器布设的三步法, 并用工程实例验证了所提方法的可行性和有效性.

关键词:传感器布设; 振型贡献率; 遗传算法; 模态阶数

中图分类号:U446

文献标识码:A

doi:10.3969/j.issn.1674-2869.2010.12.013

0 引 言

在桥梁健康监测中, 传感器布设是首先要解决关键技术之一. 传感器布设即通过尽可能少的传感器来获取最全面可靠的桥梁健康状况信息. 在这方面已经有许多学者做了大量的研究工作, 常用的方法有有效独立法、模态动能法、奇异值分解法、Guyan 模型缩减法、遗传算法等等^[1-3]. 然而, 现有的优化布设都是在传感器数量确定的基础上进行位置优化, 对传感器的数量如何优化研究得非常少, 而传感器的数量决定了桥梁健康监测系统的造价及最终监测结果的精度和可靠性, 因此, 传感器布设非常有必要从定量和定位两方面同时进行研究.

通过研究发现, 传感器的数量与所选的模态阶数是对应的, 模态阶数选取的不同传感器的数量就会不同. 因此, 确定传感器的数量之前要进行模态阶数的选取. 由此, 本文基于振型贡献率和遗传算法, 提出三步法对传感器的优化布设进行研究, 具体步骤为:**a.** 确定振型模态阶数;**b.** 确定传感器的数量;**c.** 确定传感器的位置. 本文的研究方法使传感器的布设更加全面系统, 在满足桥梁健康监测需要的同时, 可以最大程度地节约造价, 具有广阔的工程应用前景.

1 模态阶数确定

1.1 振型参与系数概念

模态阶数的选取是确定传感器数量进而确定

传感器位置的前提. 如果选取的模态过多, 不仅会耗费大量的计算时间和空间, 而且难以对计算结果的正确性作出准确的界定. 那么如何选取模态阶数呢? 为了解决这个问题, 一些学者提出了振型参与系数的概念, 即为该振型的影响占有所有振型的影响的比值来计算^[4].

$$\tau_m = \sum M_i \varphi_{im} / \sum M_i \varphi_{im}^2 \quad (1)$$

式(1)中: τ_m 为振型参与系数; m 为振型阶数; M_i 为 i 节点位置质量; φ_{im} 为 i 节点位置的第 m 阶振型向量.

1.2 振型贡献率概念

振型参与系数虽在一定程度上反映了各阶振型反应在总反应中所占的比例, 但该参数有正负号不便比较. 为解决此问题, 提出了振型贡献率的概念, 即振型的有效质量占总质量的百分比, 其本质是基于有效质量法来确定振型的选取阶数. 这个概念已成功应用于抗震设计中^[4-6], 但在桥梁传感器的布置中还无人应用. 本文将引入此概念来确定桥梁结构传感器布置所需的模态阶数.

有效质量由式(2)计算:

$$M_m = [\sum_{\varphi_{im}} M_i]^2 / \sum_{\varphi_{im}}^2 M_i \quad (2)$$

式(2)中: M_m 为各振型有效质量.

定义有效质量与总质量的比率为振型贡献率或模态贡献率:

$$\gamma_m = M_m / M \quad (3)$$

γ_m 为第 j 阶模态模态贡献率. 实际计算中, 若取式中 k 阶模态参与计算, $k < n$, 则此 k 阶模态的

总贡献率为:

$$\sum_{i=1}^k \gamma_i = R \quad (4)$$

一般抗震设计规范中会规定各振型的 R 值要取到 90% 以上,这是为了保证计算地震作用时包含足够的主要振型.在桥梁结构传感器的优化布置中建议取 $R \geq 0.7$,从而确定所需的模态阶数.

2 遗传算法设计

2.1 遗传算法简介

遗传算法是模拟生物在自然环境中的遗传和进化过程而形成的一种自适应概率性全局收敛的优化算法.本文遗传算法设计中,编码方法采用二进制编码,选择算子采用比例选择,交叉算子采用单点交叉,变异采用倒位遗传算子.为了增加种群的多样性,避免早熟提高收敛速度,本文还引入了最优保留策略使每一代适应度值最优个体不参与交叉和变异直接遗传到下一代,引入自适应交叉及变异概率对简单的遗传算法进行了改进^[7].遗传算法具体操作步骤如下:

①进化代数初始化;②采用二进制编码,形成初始种群;③计算适应度值;④采用比例选择算子进行选择操作,之后附带最优保留策略;⑤采用单点交叉算子及自适应交叉概率进行交叉操作;⑥采用倒位算子及自适应变异概率进行变异操作;⑦终止条件判断,不满足返回步骤③.

2.2 适应度函数设计

遗传算法在操作进化过程中以适应度函数来评价染色体或种群的优劣,本文采用模态确认准则 MAC 矩阵作为适应度函数 MAC 矩阵,通过表达式(5)定义^[8].

$$MAC_{ij} = \frac{(\boldsymbol{\varphi}_i^T \boldsymbol{\varphi}_j)^2}{(\boldsymbol{\varphi}_i^T \boldsymbol{\varphi}_i)(\boldsymbol{\varphi}_j^T \boldsymbol{\varphi}_j)} \quad (5)$$

式(5)中: $\boldsymbol{\varphi}_i$ 和 $\boldsymbol{\varphi}_j$ 分别为第 i 阶和第 j 阶振型模态向量.

MAC 矩阵的非对角线元素反映了各振型向量间的正交性.这就要求应使得 MAC 矩阵的非对角线元素越小越好,而遗传算法中,个体的适应度是个最大化问题.因此,将 MAC 矩阵进行转化得适应度函数(优化目标函数)如式(6).

$$F(t) = \begin{cases} 1 - f(t) & \text{if } f(t) < 1 \\ 0 & \text{if } f(t) > 1 \end{cases} \quad (6)$$

式(6)中, $f(t) = \max\{MAC_{ij}\}, (i \neq j)$.

2.3 改进交叉设计

在确定传感器位置时,遗传算法中的传感器的数量是固定的.由于本文采用的编码方法是二进制

编码,普通的交叉操作会改变二进制编码中 1 的数量即传感器的数量,因此,本文采用单点交叉来解决这一问题.具体做法如下:设父代的两个个体分别为 A 和 B ,随机产生一个交叉点 i ,新产生的二进制编码串需满足式(7)条件才进行交叉操作.

$$\sum_{k=i}^n A_k = \sum_{k=i}^n B_k \quad (7)$$

式(7)中: A_k 及 B_k 为父代个 A 和 B 中的第 k 个二进制编码; n 为个体的总长度.

3 传感器数量及位置确定

由于遗传算法为概率搜索算法,因此每次遗传操作所得的结果不尽相同,为此本文在确定传感器数量时,在遗传算法中加入循环策略,即多次循环遗传算法,利用 MATLAB 软件编制了遗传算法优化传感器数量程序,程序框图如图 1 所示.

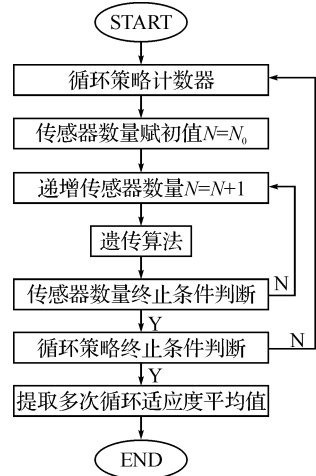


图 1 优化传感器数量程序框图

Fig. 1 Program diagram on optimizing sensor number

通过此程序可提取随着传感器数量增加 n 次循环遗传算法操作的适应度函数平均值,并以传感器数量 N 为横坐标,以适应度函数平均值 f 为纵坐标,绘制 $N-f$ 曲线.通过 $N-f$ 曲线的突变点可确定出最经济的传感器数量.

传感器的数量确定以后,即可采用本文改进的遗传算法进行传感器位置的优化.

4 算例分析

本文以珞乌高速公路辅道洮儿河大桥一联 4×25 m 连续梁桥为研究对象,利用大型计算软件 ANSYS10.0 建立了有限元模型,如图 2 所示.

因为遗传算法计算适应度函数时需要模态振型数据,所以在此分析该座桥梁的动力特性.本桥监测方案重点是桥梁的面内竖向振动,安放的传感器为竖向加速度传感器.



图 2 桥梁的有限元模型

Fig. 2 Finite element model of bridge

洮儿河大桥计算模型共划分了 104 个单元,105 个节点,在所有节点自由度上布设传感器是不可能的,因此本文沿桥纵向每隔 3.125 m ($L/8$) 做为预布传感器测点,共提取了 33 个节点的振型数据。

基于振型贡献率和遗传算法,本文采用三步法对该桥传感的布设进行了研究,具体步骤如下:

第一步:确定振型模态阶数。

根据振型参与因子的概念,采用 ANSYS 对洮儿河大桥进行模态分析及谱分析,在整体坐标系竖向施加单位位移谱激励,获得前十二阶振型参与因子,由式(2)~(4)计算该桥振型贡献率及其累积值 R ,计算结果列于表 1 中。

表 1 振型贡献率及累积值

Table 1 Modal mass ratio and cumulative percentage

模态阶数	振型参与因子	振型贡献率	累积值
1	0.00	0.00	0.00
2	177.32	11.33	0.113 3
3	0.00	0.00	0.113 3
4	401.80	58.17	0.695 0
5	0.00	0.00	0.695 0
6	54.44	1.07	0.705 6
7	0.00	0.00	0.705 6
8	-5.97	0.01	0.705 8
9	0.00	0.00	0.705 8
10	63.10	1.43	0.720 1
11	0.00	0.00	0.720 1
12	177.37	11.34	0.833 5

对于梁式桥而言,低阶模态较易获得,本文建议 R 取至 0.7。从表 1 结果可以看出,前四阶振型模态总贡献率已达 0.695,已经非常接近模态贡献率累积值 $R \geq 0.7$ 的要求,因此可选取前四阶振型数据作为遗传算法中计算适应度函数时需要模态振型数据。1~4 阶振型动力特性如图 3 所示。

第二步:确定传感器的数量。

选取前四阶振型按图 1 所示程序进行传感器数量的计算,传感器数量初值 $N_0 = 1$;遗传算法循环次数 $n = 20$;遗传算法中群体规模取 50;进化代数 $T = 100$ 。将每次循环遗传算法所得适应度函数平均值 f 用不同符号表示,以传感器数量 N 为横坐标,以 f 为纵坐标,绘制 $N-f$ 点据分布图,如图 4 所示。

由图 4 可见,拟合曲线的割线斜率随着传感

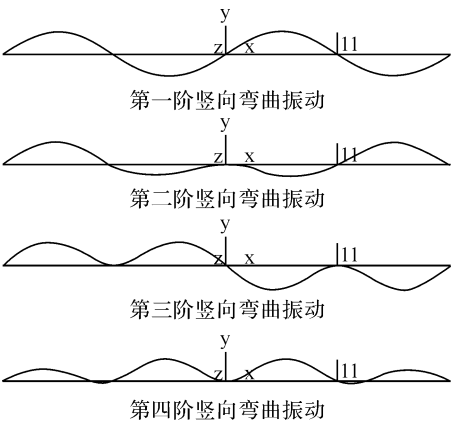


图 3 桥梁动力特性计算结果

Fig. 3 Calculation result of dynamic character of bridge

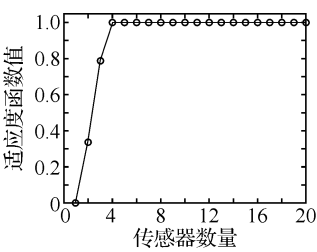


图 4 传感器数量与适应度函数关系曲线

Fig. 4 Relationship between the number of sensors and fitness

器数量的增加逐渐减小,当 $N \geq 4$ 时趋于水平,因此,最经济传感器数量可确定为 4。

第三步:确定传感器的位置。

在确定传感器的数量为 4 后,利用本文设计的遗传算法对归流河大桥传感器的位置进行优化,遗传种群规模取 100,最大进化代数取 100,优化所得历代最佳适应度进化曲线见图 5,传感器具体位置如图 6 中圆点所示。

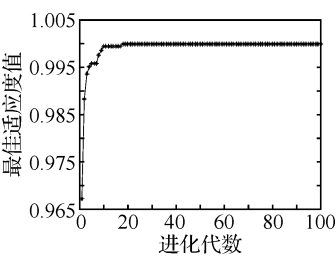


图 5 历代最佳适应度进化曲线

Fig. 5 Evolution curve of maximum fitness in every iteration

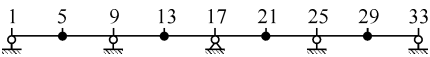


图 6 传感器位置布置图

Fig. 6 Placement map of sensor location

当传感器数量 $N = 4$ 时,适应度函数值为 1,即 MAC 矩阵非对角元最大值为 0,说明改进遗传算法大大改善了测取目标模态间的振型可分性,优化结果合理。另外,从图 6 也可以看出,4 个传感

器分别布置在桥梁每跨的跨中位置,这与静力计算结果也吻合。

5 结 语

大多数研究者把传感器布设的重点集中于传感器位置的确定,而对传感器数量的研究却非常少。本文基于振型贡献率和遗传算法从定量和定位两个方面对桥梁结构传感器的布设进行了研究,得到如下结论:

a. 将振型贡献率用于模态阶数的选取从而确定传感器数量是切实可行的,对于梁式桥而言振型贡献率累积值取至 0.7 可满足桥梁结构传感器布设要求。

b. 利用遗传算法,通过传感器数量与适应度函数关系曲线可以确定出最经济的传感器数量,大降低桥梁健康监测造价。

c. 从桥梁动力计算出发,以 MAC 矩阵为适应度函数的遗传算法可布设出合理经济的传感器位置,动力计算结果与静力计算相吻合。

通过应用于工程实例的结果表明,本文所提出来的三步法为实现桥梁结构传感器的布设提供了一种更加全面和有效的途径。

参考文献:

[1] Kammer D C. Sensor placements for on orbit modal

identification of large space structures [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1991, 14 (2): 252 - 259.

[2] Guo H Y, Zhang L, Zhang L L, et al. Optimal placement of sensors for structural health monitoring using improved genetic algorithms [J]. Smart Materials and Structures, 2004, 13(3): 528 - 534.

[3] Meo M, Zumpano G. On the optimal sensor placement techniques for a bridge structure [J]. Engineering Structures, 2005, 27: 1488 - 1497.

[4] 蔡元奇, 卢文汀, 朱以文, 等. 复杂结构的模态选取方法及在连体结构中的应用[J]. 武汉大学学报: 工学版, 2007, 40(1): 74 - 77.

[5] 史铁花, 韦承基. 振型分解法中合理振型数的确定[J]. 建筑科学, 2002, 18(2): 29 - 31.

[6] 孙军举, 李青宁, 王天利. 曲线桥反应谱分析中振型贡献率探讨[C]//崔京浩. 第 16 届全国结构工程学术会议论文集(第Ⅲ册), 北京: 中国力学学会工程力学杂志社, 2007: 165 - 168.

[7] 周明, 孙树栋. 遗传算法原理及应用[J]. 北京: 国防工业出版社, 1999.

[8] 黄民水, 朱宏平, 宁金强. 传感器优化布置在桥梁结构模态参数测试中的应用[J]. 公路交通科技, 2008, 25(2): 85 - 88.

Sensor placement analysis based on modal mass ratio and genetic algorithm

JIN Zhong-fan¹, CHEN Yan-jiang², SONG Zhen-feng³

- (1. Hubei Urban Construction Vocational and Technological College, Wuhan 430205, China;
2. Beijing University of Technology the College of Architecture, Beijing 100022, China;
3. Shenzhen Municipal Design and Research Institute Co., Ltd., Shenzhen 518029, China)

Abstract: Comprehensive researches have been carried on sensor placement in quantitative and location respects based on modal mass ratio and genetic algorithm. Modal numbers have been selected by means of modal mass ration before the number of sensors quantified. The simple genetic algorithm is improved. The most economical number of sensors is obtained by the relationship curve between the number of sensors and fitness. The program of genetic algorithm and the program of sensor selection in number and location are edited by MATLAB software. The curve fitting method is used to select the sensor number. The three step method is proposed to determine the placement of sensors and feasibility and effectiveness of the method have been proved by an engineering example.

Key words: sensor placement; modal mass ratio; genetic algorithm; modal number

本文编辑: 龚晓宁