文章编号:1674 - 2869(2009)09 - 0081 - 03

一类经济增长模型的技术增长和研发水平分析

张志军,严国义,郭光耀
(武汉工程大学理学院,湖北 武汉 430074)

摘　要:对 Romer 模型的 Jones 版本进行求解,分析技术增长率的主要特点,讨论了竞争性个体与社会计划者在均衡状态下所选择的不同研发水平的原因.

关键词:经济增长模型;技术增长;研发水平
中图分类号:F019.1　　文献标识码:A

0　引　言

作为新增长理论中两个基本模型之一,中间产品种数扩大型内生增长模型(因其由 Romer 给出,以下简称 Romer 模型)认为在研究过程中存在着规模效应,数据表明研究部门所雇佣的工人数量加倍并没有使增长率加倍,甚至与此结果相差甚远,这就意味着在研究部门的生产函数界定方面可能存在错误. Jones 对研究开发函数进行了修改,本文针对 Romer 模型的 Jones 版本进行求解,分析技术增长率的主要特点,讨论了竞争性个体与社会计划者在均衡状态下所选择的不同研发水平的原因.

1　模型及数理分析

1.1　竞争性个体与研发水平

模型假定厂商的生产函数可表为如下形式:

$$Y = L_1^{1-\alpha}\int_0^{A} x_i^{\alpha}\mathrm{d}i, 0 < \alpha < 1 \tag{1}$$

其中 $0 < \alpha < 1$, Y 为产出(价值量), L_1 为投入到物质生产部门的劳动力, A 为在一个时点上存在的中间产品的种数,中间产品的种数 A 的扩大要求有技术进步即容许新的中间产品种类生产的发明或改进. 为了简化分析,假定技术增长率等于中间产品的种数 A 的增长率(即只要投入一定数量的劳动力就能生产出一种成功的新产品).

Romer[1] 模型的研发方程为:

$$\dot{A} = \delta A L_2^{\lambda} \tag{2}$$

Jones[2] 对研发函数进行了修改,研发方程改为:

$$\dot{A} = \delta(A^{\phi} L_2^{\lambda-1})L_2 \tag{3}$$

其中 $0 \leqslant \phi \leqslant 1$, $0 < \lambda \leqslant 1$,人口以 n 的速率增长.

技术增长率为:

$$\frac{\dot{A}}{A} = \delta\frac{L^{\lambda-1}}{A^{1-\phi}}L_2 \tag{4}$$

在稳定状态下,技术增长率为常数,因此如果将式(4)取对数并对时间求微分,得到的技术的稳定增长率为:

$$g \equiv \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\lambda}{1-\phi} \times \frac{\dot{L}_2}{L_2} \tag{5}$$

生产 x 单位的某种给定的中间投入是由每个中间产品的垄断者的利润最大化条件所决定的. 假设一单位资本可以生产一单位中间产品,边际成本是利息 r. 反需求函数 $p(x)$ 是制造最终产品时相应投入的边际产出,即

$$p(x) = L_1^{1-\alpha}\alpha x^{\alpha-1}$$

相应的中间产品生产企业的收入为: $R(x) = p(x)x = (L-L_2)^{1-\alpha}\alpha x^{\alpha}$

其中 $L = L_1 + L_2$ 为劳动力的总供给, L_1 为投入到物质生产部门的劳动力, L_2 为投入到人力资本生产部门的劳动力.

在均衡条件下,边际收入 $R'(x)$ 等于边际成本 r,则:

$$r = \alpha^2\left(\frac{x}{L-L_2}\right)^{\alpha-1} \tag{6}$$

则垄断者的利润为

$$\pi = R(x) - rx = (L-L_2)^{1-\alpha}\alpha x^{\alpha} - \alpha^2(L-L_2)^{1-\alpha}x^{\alpha} = \frac{1-\alpha}{\alpha}rx$$

因此每个产品设计的价值为该利润流在无限期内以利率 r 贴现后的现值:

$$p_A = \int_t^{\infty}\pi(v)\exp[-r(v-t)]\mathrm{d}t = \frac{1-\alpha}{\alpha}x \tag{7}$$

收稿日期:2009 - 04 - 28

作者简介:张志军(1966 -),男,湖北洪湖人,副教授,硕士. 研究方向:宏观经济分析.

根据生产函数及式(3)(设研究者的生产力为定值),由此得到

$$\delta L_2^{\lambda-1}A^{\phi}p_A=(1-\alpha)L_1^{-\alpha}x^{\alpha}A \tag{8}$$

重新整理并代入式(6) 和式(7),得到

$$\frac{L_1}{L_2}=\frac{r}{\alpha}\times\frac{1}{\delta L_2^{\lambda}A^{\phi-1}} \tag{9}$$

利用式(4),得到

$$\frac{L_1}{L_2}=\frac{r}{\alpha}\times\frac{1}{g} \tag{10}$$

从而研发水平为

$$\frac{L_2}{L}=s \tag{11}$$

其中 $s=\frac{1}{1+\varphi}$,$\varphi=\frac{r}{\alpha}\frac{1}{g}$. 由于稳定状态下利率和增长率均为常数,因此研发水平应与人口数量同步增长. 由式(4),得到技术增长率为:

$$g=\frac{\lambda n}{1-\phi} \tag{12}$$

该式确定了模型中的所有增长率,人均消费、人均收入及人均资本的稳态增长率均等于 g.

设 U 为折现总效用,$u[c(t)]$ 为 t 时刻的效用函数,$c(t)$ 为 t 时刻的人均消费,n 为人口增长率,ρ 为折现率,则有

$$U(c)=\int_0^{\infty}u[c(t)]\exp[-(\rho-n)t]\mathrm{d}t \tag{13}$$

代表性消费者的预算约束为

$$\dot{k}=(r-n)k+\omega-r \tag{14}$$

设式(13)、(14) 的现值 Hamiltion 函数为

$$H=U(c)+\lambda[(r-n)k+\omega-c] \tag{15}$$

其中 λ 为人均净资产的影子价格,则效用 U 的最大化一阶条件为:

$$\frac{\partial H}{\partial c}=U'(c)-\lambda=0 \tag{16}$$

$$\frac{\partial H}{\partial k}=\lambda(r-n)=\lambda(r-\rho)-\dot{\lambda} \tag{17}$$

$$\lim_{t\to\infty}[\lambda(t)k(t)]=0 \tag{18}$$

式(17) 为欧拉方程,式(18) 为横截性条件.

在式(16) 两端对 t 求导,结合式(17) 得到:

$$r=\rho-\frac{u''(c)c}{u'(c)}\times\frac{\dot{c}}{c} \tag{19}$$

边际效用弹性 $-u''(c)c/u'(c)$ 是不同时期消费之间的替代弹性的倒数. 由式(19) 看出,要有收益率 r 和消费增长率 $\dot{c}/c$ 都为常数的稳态,该弹性就必须为常数. 所以通常由此得到效用函数为

$$u(c)=g\frac{c^{1-\theta}}{1-\theta}+d \tag{20}$$

其中 g,d 为积分常数,在经济增长理论中通常取 $g=1$,$d=-\frac{1}{1-\theta}$(见文献[3]),故

$$u(c)=\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta} \tag{21}$$

$-\theta$ 是边际效用弹性,它是不同时期消费之间的替代弹性(见文献[3]). 式(21) 就是增长理论中著名的"跨时期固定替代弹性(CIES) 效用函数".

将式(21) 代入式(19) 得

$$\gamma_c=\frac{\dot{c}}{c}=\frac{r-\rho}{\theta} \tag{22}$$

并代入由式(12) 所定义的增长率,得

$$\varphi^{*}=\frac{1}{\alpha}\left(\theta+(1-\phi)\frac{\rho}{\lambda n}\right) \tag{23}$$

1.2 社会计划者与研发水平

社会计划者的决策问题是:

$$\max_{C}\int_0^{\infty}\frac{C^{1-\theta}-1}{1-\theta}\mathrm{e}^{-\rho t}\mathrm{d}t \tag{24}$$

$$\text{s.t.}\quad \dot{K}=K^{\alpha}A^{1-\alpha}L_1^{1-\alpha}-C \tag{25}$$

$$\dot{A}=\delta A^{\phi}L_2^{\lambda} \tag{26}$$

$$L_1+L_2=L \tag{27}$$

作 Hamiltion 函数:

$$H=\frac{C^{1-\theta}}{1-\theta}\mathrm{e}^{-\rho t}+\mu\delta A^{\phi}L_2^{\lambda}+\beta(K^{\alpha}A^{1-\alpha}(L-L_2)^{1-\alpha}-C)$$

则一阶条件为:

$$\frac{\partial H}{\partial C}=C^{-\theta}\mathrm{e}^{-\rho t}-\beta=0 \tag{28}$$

$$\frac{\partial H}{\partial L_2}=\beta(1-\alpha)\frac{\Delta}{L-L_2}-\lambda\mu\delta A^{\phi}L_2^{\lambda-1}=0 \tag{29}$$

$$\frac{\partial H}{\partial K}=\beta\alpha\frac{\Delta}{K}=-\dot{\lambda} \tag{30}$$

$$\frac{\partial H}{\partial A}=\beta(1-\alpha)\frac{\Delta}{A}+\phi\mu\delta A^{\phi-1}L_2^{\lambda}=-\dot{\mu} \tag{31}$$

式(29) ~ (31) 中:$\Delta=K^{\alpha}A^{1-\alpha}(L-L_2)^{1-\alpha}$,由(29) 式得:

$$\frac{\beta}{\mu}=\frac{\lambda\delta}{1-\alpha}\frac{A^{\alpha-1+\phi}(L-L_2)^{\alpha}}{K^{\alpha}}L_2^{\lambda-1} \tag{32}$$

式(32) 两边取对数并微分得:

$$\frac{\dot{\beta}}{\beta}-\frac{\dot{\mu}}{\mu}=(\alpha-1+\phi)\frac{\dot{A}}{A}-\alpha\frac{\dot{K}}{K} \tag{33}$$

由于 K 和 A 以相同速度增长(因为 $K=xA$),式(33) 表明

$$\frac{\dot{\beta}}{\beta}=\frac{\dot{\mu}}{\mu}+(\phi-1)\frac{\dot{A}}{A} \tag{34}$$

由式(28) 得到关于资本影子价格的动态方程:

$$\frac{\dot{\beta}}{\beta}=-\rho-\theta\frac{\dot{C}}{C} \tag{35}$$

在稳定状态下，消费必须与技术水平按相同速度增长，因此用式(4) 对式(35) 进行替换，得到

$$\frac{\dot{\beta}}{\beta}=-\rho-\theta\delta A^{\phi-1}L_2^{\lambda} \tag{36}$$

由式(31) 得到关于技术成果影子价格的动态方程：

$$-\frac{\dot{\mu}}{\mu}=\phi\delta A^{\phi-1}L_2^{\lambda}+\frac{\beta}{\mu}(1-\alpha)\frac{\Delta}{A} \tag{37}$$

由式(29) 得到

$$\frac{\beta}{\mu}=\frac{\lambda\delta A^{\phi}L_2^{\lambda-1}}{(1-\alpha)\times\frac{\Delta}{L-L_2}} \tag{38}$$

将式(38) 代入(37) 整理得：

$$-\frac{\dot{\mu}}{\mu}=\phi\delta A^{\phi-1}L_2^{\lambda}+\lambda\delta A^{\phi-1}L_2^{\lambda-1}(L-L_2) \tag{39}$$

由式(34)、(36)、(39) 得

$$L_2^{**}=\left\{\frac{\rho}{\delta A^{\phi-1}\left[\lambda\frac{L}{L_2}-(\theta-1+\lambda)\right]}\right\}^{\frac{1}{\lambda}} \tag{40}$$

将式(40) 代入式(26) 得

$$g=\frac{\rho}{\lambda\frac{L}{L_2}-(\theta+\lambda-1)} \tag{41}$$

由式(41)、式(12) 得

$$L_2^{**}=\frac{\lambda L}{\lambda+\theta+(1-\phi)\frac{\rho}{\lambda n}-1} \tag{42}$$

从而研发部门的就业水平为：

$$\frac{L_2}{L}=\frac{1}{1+\varphi^{**}} \tag{43}$$

其中

$$\varphi^{**}=\frac{1}{\lambda}\left(\theta+(1-\phi)\times\frac{\rho}{\lambda n}-1\right) \tag{44}$$

2　两种技术增长率与研发水平的比较分析

当 $\phi<1$ 时，不存在规模效应，技术增长率的决定因素是劳动力的增长率，而不是劳动力本身的存量水平. Romer(包括其他的) 模型中税收政策(尤其是在研发补贴方面) 或者劳动力的教育水平对技术增长率的影响消失，技术增长率的决定因素为人口增长率、研发过程中的溢出效应和复制程度. 而研发水平决定于各种模型参数，但有所不同的是，这里的因果关系是由确定的增长率决定研发活动，而不是由研发活动决定增长率.

因为人均收入、人均消费及人均资本的稳态增长率都等于技术增长率，所以尽管存在外部效应，社会计划者还是会选择与竞争性个体相同的技术增长率. 但与竞争性个体的研发水平相比较，社会计划者的研发水平因不完全竞争和跨时溢出效应的存在而有所不同. 产生差异的原因有三个，即垄断加价因素 $(1/\alpha)$ 消失、跨时溢出效应被内部化和复制的影响(复制导致竞争性个体对研发过度投资，以 $1/\lambda$ 项表示). 前两个影响使竞争性个体的研发水平偏低，而第三个影响则具有相反的效果. 原则上讲，只有一种影响(或效应) 能起主导作用.

参考文献：

[1] Romer P M. Endogenous Technological Change[J]. Journal of Political Economy, 1990, (98): 71-102.

[2] Jones Charles I. *R&D*-Based Models of Economic Growth[J]. Journal of Political Economy, 1995, 103: 759-784.

[3] Barro R J, Sala-i-martin X. Economic Growth[M]. New York: McGraw-Hill, 1995: 60-66.

Analysis on technology growth and *R&D* level a class of economic growth model

ZHANG Zhi-jun, YAN Guo-yi, GUO Guang-yao

(School of Science, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: The Jones edition of Romer model was solved. The main characteristics of technology growth rate was analysed. And in steady-state the reason of various *R&D* levels that were chosen by competitive agent and social planner were discussed.

Key words: economic growth model; technology growth; *R&D* level

本文编辑：萧　宁